

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ГУМАНІТАРНИЙ ВІДДІЛ ВИКОНАВЧОГО КОМІТЕТУ БІЛИЦЬКОЇ
СЕЛИЩНОЇ РАДИ
ОПОРНИЙ ЗАКЛАД «БІЛИЦЬКА ЗАГАЛЬНООСВІТНЯ ШКОЛА І-ІІІ
СТУПЕНІВ №1 КОБЕЛЯЦЬКОЇ РАЙОННОЇ РАДИ ПОЛТАВСЬКОЇ
ОБЛАСТІ»

**Змішане навчання математики
в умовах сьогодення та особливості його
організації**

Жовтяк Олександра Степанівна,
вчитель математики.



Жовтяк Олександра Степанівна

учитель математики

ОЗ «Білицька загальноосвітня школа І-ІІІ ступенів №1 Кобеляцької районної ради Полтавської області»

Категорія: вища

Звання: вчитель-методист

У даному посібнику розкрито суть змішаного навчання, розглядається питання щодо впровадження в освітній процес даної технології навчання, як такої, що поєднує і очне навчання, і дистанційне. Звертається увага на те, як педагогічна технологія допомагає формуванню математичної та цифрової компетентностей учнів, розвитку критичного мислення, позитивного ставлення до предмета.

Розробки уроків з використанням технології змішаного навчання («ротація станцій», «перевернутий клас») допоможуть зробити навчання дітей більш цікавим, ефективним, демократичним. У роботі показано використання і поєднання тестових форм роботи з очним навчанням, а також можливість використання технології у позакласній роботі.

Рецензенти: Г.М. Чуб, завуч з навчально-виховної роботи опорного закладу «Білицька ЗОШ І-ІІІ ступенів №1 Кобеляцької районної ради Полтавської області», учитель вищої категорії, учитель-методист.

В.І. Савченко - вчитель хімії та біології опорного закладу «Білицька ЗОШ І-ІІІ ступенів №1 Кобеляцької районної ради Полтавської області», учитель вищої категорії, учитель-методист.

ЗМІСТ

| | |
|--|----|
| ВСТУП | 4 |
| РОЗДІЛ 1. ЗМІШАНЕ НАВЧАННЯ | 5 |
| 1.1.Технологія змішаного навчання | 5 |
| 1.2.Моделі змішаного навчання..... | 6 |
| 2.ТЕХНОЛОГІЯ РЕАЛІЗАЦІЇ ДОСВІДУ | 9 |
| 2.1.Технологічна карта уроку 6 клас | 9 |
| 2.2.Технологічна карта уроку 9 клас | 12 |
| 3. МАТЕМАТИКА ЯК ІНСТРУМЕНТ МИСЛЕННЯ..... | 16 |
| 3.1.Методика застосування тестових технологій..... | 16 |
| 3.2. PISA 2020. Поради вчителям математики. | 17 |
| 3.3. Дослідницьке навчання..... | 18 |
| 3.4.Проектна технологія | 19 |
| 3.5.Родзинки на уроках математики | 21 |
| ВИСНОВКИ..... | 24 |
| СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ | 25 |
| ДОДАТКИ..... | 26 |

ВСТУП

Як прогнозують учені, ХХІ століття буде століттям розвинених інформаційних технологій, глобальної комп'ютеризації виробництва. Життя вимагає інтелектуально розвиненої особистості і разом з тим толерантної, відкритої до демократичного спілкування й розвитку в національному та міжнародному вимірі. Революція в системі освіти і навчання почалася, й українське навчальне середовище мають готуватися до нових викликів, зміни парадигми освітніх програм, а також бути готовими самим змінюватися і бути відкритим до нового. І нам, вчителям, не варто порівнювати своє навчання з навчанням сучасних дітей.

Сучасні діти – це «цифрове покоління». Американський письменник та дослідник у сфері освіти Марк Пренскі визначив «цифрове покоління», як таке, що ...і не тільки вміло використовувати новітні технології, але й очікує на їх постійну доступність у всіх аспектах життя. Сучасні діти хочуть навчатися швидко, ефективно та мобільно. Вони ставлять питання в Google, дорогу знайдуть по навігатору, покупки зроблять по Інтернету, спілкуються в мережах.

Навчання сучасних учнів має відповідати цифровій епосі. Варто залучати учнів до роботи з гаджетами, з мобільними додатками, щоб вони вміли шукати інформацію в Інтернеті і тут же ділилися з нею в соціальних мережах. Але, насправді, використання комп'ютерних технологій є не настільки ефективним, як зміна самої технології.

Найзатребуванішими навичками будуть:

- аналітичне мислення та інноваційність;
- активне навчання і навчальні стратегії;
- комплексне розв'язання проблем;
- критичне мислення й аналіз;
- креативність, оригінальність та ініціативність;
- лідерство і соціальний вплив.

Провідна роль у формуванні такої особистості належить освіті.

РОЗДІЛ 1. ЗМІШАНЕ НАВЧАННЯ

1.1. Технологія змішаного навчання

*Ми позбавляємо дітей майбутнього,
якщо продовжуємо вчити сьогодні
так, як вчили цьому вчора.*

Джон Дьюї,
1859-1952,
американський філософ,
психолог, реформатор.

«Технології дистанційного навчання будуть використовуватися в школі більше. І ми перейдемо до іншого формату навчання. Тобто будуть поєднуватися і класно-урочна система, і технології змішаного навчання».

Любомира Мандзій

Термін “змішане навчання” (в англійській літературі — blended або hybrid learning) має різні визначення у літературі. Загалом це — поєднання офлайн- (або особисто, “на місці”) та онлайн-навчання у різних пропорціях.

Blended Learning, або Змішане навчання – це освітня концепція, в рамках якої студент \ школяр отримує знання і самостійно онлайн, і очно з викладачем. Такий підхід дає можливість контролювати, час, місце, темп і шлях вивчення матеріалу. Концепція Blended Learning існувала вже ХХ ст., в 20х роках, але термінологія була вперше запропонована в 1999 році в прес-релізі американського Interactive learning Center. У медіаматеріалі говорилося: “...Ми починаємо надавати програмне забезпечення для навчання через Інтернет, використовуючи власну методологію Blended Learning”. В 2006 році вийшла книга авторів Бонк і Грем “Довідник змішаного навчання”, які уточнили, що змішане навчання передбачає мікс освіти “обличчям до обличчя” і через комп’ютер.

У наші дні під Blended Learning мається на увазі об’єднання можливостей Інтернету та цифрових медіа з навчанням у класі.

Змішане навчання включає три компоненти:

- Заняття в класі за участю вчителя та учнів.
- Робота учнів з онлайн матеріалами.
- Структурована самостійна робота учня вдома.

Технології стають повноцінною частиною навчального процесу. Йдеться про поєднання різних підходів, способів подачі матеріалу, видів роботи. Наприклад, частина інформації розподіляється на групову роботу, частина - на самостійне вивчення. Одна частина учнів працює з вчителем у малих групах, друга частина навчається через спеціальні застосунки, третя частина проходить онлайн тестування та отримує миттєвий зворотний зв’язок. Це не залежить від того, відбувається це у класі чи дистанційно. Змішане навчання дає можливість зробити процес навчання більш індивідуалізованим чи особистісно-орієнтованим, оскільки дає учням змогу здобувати знання у власному темпі, в зручний час і комфортному місці. Вчитель завжди може

допомогти, виявити прогалини, пояснити те, що не вдалося зрозуміти, відстежити динаміку і направити учня в потрібному напрямі. Відповідно, міняється і роль вчителя. Він виступає фасилітатором.

У всьому світі змішане навчання стає все популярнішим. Технологію змішаного навчання використовують у західному освітньому просторі вже декілька десятиліть.

Змішане навчання допомагає учням:

- навчитися працювати з новими джерелами інформації;
- саме за допомогою змішаного навчання в учнів з'являється більше необхідності для постійного самоконтролю і самокорекції, а також мотивація для якомога довшої концентрації уваги ;
- світ змінюється настільки швидко, що дуже важко передбачити, яка інформація стане в нагоді учням в подальшому, тому головне завдання – навчити учнів самостійно працювати з інформацією, систематизувати її, критично оцінювати;
- у подальшому одні професії зникатимуть, а інші з'являтимуться, тому сучасні учні мають бути гнучкими, вміти пристосовуватися до змін, які відбуваються у суспільстві.

1.2. Моделі змішаного навчання

Технології відіграють все більшу роль в підтримці навчання учнів; допомагають в пошуку нової інформації, в доступу до різноманітного контенту; в спілкуванні з однолітками.

«Трендом в шкільній освіті стане змішане навчання. Не дивно, адже саме такий підхід до навчання дозволяє отримувати гнучкий графік для груп учнів за рівнем і потребами, тим самим , приділяючи увагу кожному».

Ліля Гриневич.

Одна з моделей змішаного навчання – “перевернутий клас”, коли учень вдома самостійно в цікавій формі ознайомлюється з новим матеріалом та проходить тест на його усвідомлення, тобто засвоює теоретичний матеріал, переглядає лекції. А на уроці вчитель з учнями актуалізує знання і розглядає питання, з якими в учнів виникли труднощі; працюють з вчителем чи у групах над практичними завданнями та проектами.

Перевернутий клас надає багато можливостей, а саме:

- Урізноманітнювати форми роботи в навчальному процесі.
- Враховувати індивідуальні особливості сприйняття учнями інформації.
- Розвивати вміння учнів вибудовувати свою власну освітню траєкторію, планувати та регулювати свій час.
- Формувати в учнів активну життєву позицію.
- Розвивати в учнів навички контролю та самоконтролю.
- Підвищувати мотивацію учнів.

- Вивільняти час на уроці на творчі завдання чи завдання підвищеної складності.

Кожен із цих чинників впливає на покращення якості освіти. Технологія «перевернутий клас» дає можливість вивести на перший план сумісну роботу вчителя і учня, персоніфікувати освітню діяльність кожного учня з урахуванням його пізнавальних потреб.

Але «перевернутий клас» не часто використовується вчителями. І причиною цього є декілька чинників:

- Необхідно, щоб учні і вчитель мали доступ до Інтернету.
- Необхідно, щоб про доцільність і переваги впровадження такої технології були обізнані батьки та адміністрація.
- Необхідно, щоб учитель спроектував такий урок, а відповідно знайшов, адаптував чи створив власне відео для викладу основної теорії, тест для самоперевірки учнів.

Тобто, вчитель має бути гарно обізнаним з різними програмними засобами, а також мати час на їх створення.

Інша популярна модель, що використовують у школі, – **“ротация за станціями”**. Клас об’єднується, наприклад, у три групи. Одна з них працює з учителем, інша – здобуває знання за допомогою онлайн-курса і гаджета, а третя – виконує практичну роботу. Через деякі проміжки часу групи змінюють свою локацію (відповідно і вид роботи).

У такій моделі учні працюють у класі і за визначеним графіком проходять окремі станції. Тобто чергують різні види діяльності: групову роботу, роботу над проектом і роботу з вчителем. Частина завдань вони обов’язково виконують онлайн. Станції можуть охоплювати як індивідуальну роботу чи роботу у групах, так і роботу цілим класом. Відмінна риса цієї моделі — всі учні повинні пройти всі станції. Поділ учнів на групи та індивідуальне інструктування вчителем - дуже гнучкі. Тому групи можуть змінюватися протягом навчального року залежно від потреб учнів.

Як бачимо, для організації змішаного навчання, вчителю необхідно продуктивно організувати онлайн-навчання.

ЛАЙФХАКИ ДЛЯ ЗМІШАНОГО НАВЧАННЯ

1. Протягом усього уроку вчитель має комунікувати та ставити запитання як учням у класі, так і учням на дистанційному навчанні.
2. Вчитель має бути біля засобів для трансляції уроку, щоб усі учні мали змогу гарно чути та бачити матеріал, який дає вчитель.
3. Бажано спочатку відповісти на запитання учнів у класі, потім – дати їм невеличкий тест-самостійну, а в цей час дати відповіді на всі запитання учнів на дистанційному навчанні
4. Для того, щоби під час проведення перевірочних робіт вчителю не доводилося готувати окремі роботи для кожної групи учнів – запропонуйте всім роботи їх у форматі онлайн-тестування.

5. Перевірка домашнього завдання: учні, які ходять до школи, – здають усі роботи в зошитах особисто вчителю, а учні, які навчаються дистанційно, – відправляють роботи за допомогою різноманітних платформ та отримують усі бали та роз'яснення в онлайн-форматі. Проте, для вчителя важливо навчити дітей логічно мислити, тому він має бачити, де учень помиляється, на якому етапі він потребує допомоги, тому потрібно налагодити якісний зворотний зв'язок.

Забезпечення навчання з використанням дистанційних технологій в закладах освіти вимагає використання певного системно-технічного забезпечення, яке включає:

- апаратні засоби, що забезпечують розроблення та використання веб-ресурсів навчального призначення;
- доступ до веб-ресурсів і веб-сервісів;
- програмне забезпечення загального та спеціального призначення.

Елементами дистанційної системи навчання є використання різних форм дистанційної комунікації між учасниками освітнього процесу, програми для перевірки знань (тестування), хмарні сервіси.

Інструментами дистанційного навчання можна вважати: освітні платформи, предметні блоги, хмарне сховище, Google Drive , тест – платформи , сервіси для інтерактивну, YouTube , соціальні мережі.

Онлайн-сервіс Google Classroom прискорює процес поширення файлів між вчителем і учнями. Учитель може відстежувати прогрес кожного учня, а після оцінення його роботи, вчитель може повернути її разом з коментарем.

2.ТЕХНОЛОГІЯ РЕАЛІЗАЦІЇ ДОСВІДУ

2.1.Технологічна карта уроку 6 клас

Предмет: математика

Тема уроку: « Масштаб»

Тип уроку: «ротація станцій».

Мета уроку: Формування здатності учнів до нового способу дії, розширення понятійної бази за рахунок введення поняття масштабу; формування в учнів уявлення про масштаб і застосуванні його під час вирішення практичних завдань, введення в мовну практику поняття масштабу; відпрацювання алгоритму знаходження відстані на плані; навчання учнів вибору способів вирішення практичних завдань.

Завдання уроку:

навчальні: ввести поняття «масштаб», сформувати вміння розв'язувати задачі;

розвиваючі : розвивати розумові навички учнів; розвивати «вміння вчитися»; використовувати знання, вміння і навички у навчальній діяльності;

виховні: виховувати комунікативні вміння; сприяти виробленню позитивних мотивів навчання; заохочувати самостійність і ініціативу.

Обладнання: мультимедійний проектор, креслярське приладдя, персональний комп'ютер, презентація, роздатковий матеріал, карта України, атлас, підручник, глобус.

ЗАПЛАНОВАНІ ОСВІТНІ РЕЗУЛЬТАТИ

Предметні:

- розширити знання про масштаб, надати їм практичну спрямованість;
- закріпити навички , пов'язані з перетворенням величин;
- закріпити навички розв'язування задач методом пропорції;
- формувати в учнів практичні вміння та навички , пов'язані з математичними обчисленнями при вирішенні текстових завдань.

Комунікативні:

- виробляють шанобливо доброзичливе ставлення до партнера;
- формувати основи культури ділового спілкування, позитивного ставлення учнів до думки однокласників, вміння надати допомогу.

Пізнавальні:

- знаходити інформацію, необхідну для вирішення навчальних проблем;
- володіти смисловим читанням завдань.

ХІД УРОКУ

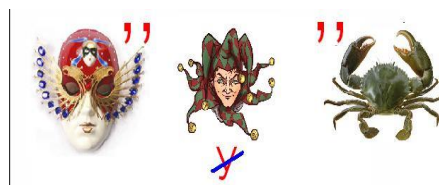
I. Організаційний момент.

Основне завдання вчителя: організувати учнів на роботу на уроці

II. Мотивація навчальної діяльності (за допомогою проблемної ситуації).

Основне завдання вчителя: зацікавити учнів.

Сьогодні на уроці ми вивчаємо нову тему. Щоб дізнатися яку, необхідно відгадати ребус.

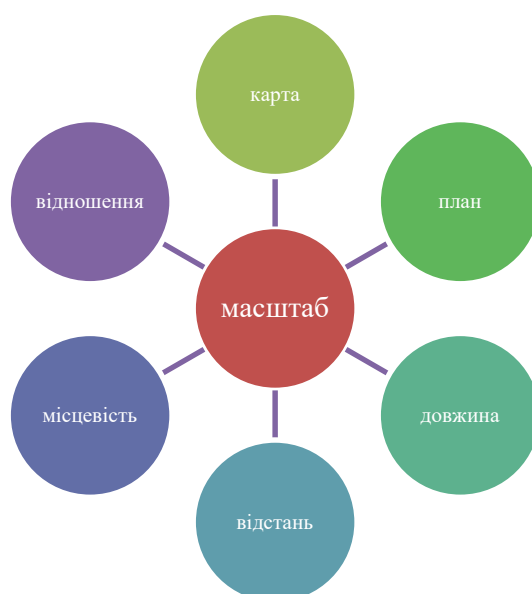


III. Сприйняття та засвоєння нового матеріалу.

1. Вступне слово вчителя

- Перш ніж побудувати будинок або зібрати автомобіль, їх креслять на папері, попередньо зменшивши їхні розміри.
- Якщо потрібно виготовити жіночий годинник або калькулятор спочатку креслять їхні деталі, але в збільшеному вигляді. Для цього використовують масштаб, який більший за 1.
- Масштаб стане вам у пригоді, якщо ви вірусолог і працюєте з дрібними об'єктами, які неможливо побачити людським оком.
- Якщо ваше покликання бути хірургом, то в сучасному світі вам не обійтися без комп'ютерного збільшення.
- Використовують масштаб і під час створення мініатюрних шедеврів у мистецтві.
- Навіть звичайний учень використовує масштаб під час написання шпаргалок перед контрольною роботою або іспитом.

2. Вправа. Асоціативний куц.



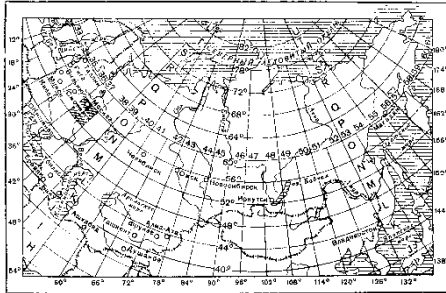
3. Перегляд презентації в ході якої учні знайомляться з новим матеріалом.

IV. Робота в групах.

Розбити клас на три групи. Кожна група працює по 7 хвилин, а потім по команді вчителя міняє місце розташування (за часовою стрілкою).

1 група працює онлайн.

Використання масштабів.



2 група працює з вчителем.

Виконати вправи:

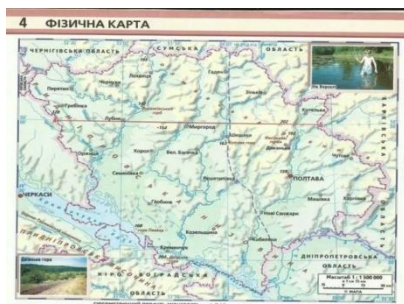
1. Який масштаб має карта, в якій 2см на карті відповідає 8км на місцевості.

2. Масштаб карти 1:4000000. Визначити відстань на місцевості, якщо на карті вона зображена відрізком 2см.

3 група виконує завдання.

Карта Полтавської області.

Знайти відстань між населеними пунктами: Полтава – Кобеляки;
Полтава – Кременчук;
Кобеляки – Решетилівка.



V. Домашнє завдання .

Розв'язати вправи з підручника.

Творче завдання: скласти план своєї кімнати у масштабі 1:50.

VI. Підсумок уроку.

Приєм: "Упізнай мене"

1. Вкажіть назву предмета, що є зменшеною моделлю Землі та найточніше передає форму земної кулі.

2. Укажіть число, яке показує, в скільки разів зменшено зображення місцевості на плані або карті.

3. Прочитайте текст і визначте, про який вид масштабу йдеться:

"Його зображають у вигляді прямої лінії, розподіленої на частини. Біля кожної поділки підписують відповідну масштабу відстань на місцевості".

4. Прочитайте текст і визначте, про який вид карт за масштабом йдеться:

"Охоплюють значні за розмірами території, виконувані в масштабах дрібніше за 1 : 1 000 000".

VII. Рефлексія.

Демонстрація смайликів, що відповідають настрою від отриманих знань, від спільної роботи на уроці.

2.2. Технологічна карта уроку 9 клас

Тема. Квадратична функція.

Мета:

навчальна: закріпити знання учнів про означення, вид графіка та алгоритм побудови графіка квадратичної функції;

знаходити координати вершини та напрям віток графіка квадратичної функції, виконувати побудову графіка квадратичної функції за вивченим алгоритмом;

дослідити властивості квадратичної функції та узагальнити ці спостереження, доповнивши ними знання про властивості квадратичної функції;

виробити вміння застосовувати виконані на уроці спостереження для аналітичного дослідження властивостей квадратичної функції загального вигляду.

розвиваюча: розвивати логічне мислення, пам'ять і увагу; вміння

концентрувати увагу на виконанні завдання; навички індивідуальної самоорганізації, вміння правильно узагальнювати інформацію та робити висновки;

виховна: виховувати активну життєву позицію, чесність, порядність, людяність;

виховувати в учнях засобами уроку впевненість у своїх силах;

вміння керувати власними емоціями;

позитивне ставлення до себе, до оточуючих, до життя в цілому.

Тип уроку: «перевернутий клас» (формування нових, умінь та навичок).
Наочність та обладнання: гаджети зі встановленими додатками, презентація.

Очікувані результати:

Математична компетентність: уміння оперувати числовою інформацією, геометричними об'єктами на площині та в просторі; встановлювати відношення між реальними об'єктами навколишньої дійсності; будувати і досліджувати найпростіші математичні моделі реальних об'єктів, процесів і явищ.

Завдання:

- інтелектуальний розвиток учнів,
- формування в учнів наукового світогляду,
- практичне застосування математики.

Здоров'язбережувальна компетентність: дбайливо ставитися до власного здоров'я та здоров'я інших людей.

Завдання:

- дотримання правил комунікацій в мережі;
- проведення релаксацій.

Громадянська компетентність: відповідальне ставлення до своїх прав та обов'язків з метою розвитку демократичного суспільства.

Завдання:

- вчити учнів аргументовано доводити власну точку зору;
- самодисципліна і толерантність учнів під час уроку.

Хід уроку

I. Організаційний етап

Перевірка підготовленості учнів до уроку, наголошення на дотриманні правил спільної роботи, толерантного ставлення, перевірка присутніх і відсутніх здобувачів освіти.

II. Мотивація навчальної діяльності.

Для онлайн уроку обрано форму активного навчання «перевернутий урок»: попереднім домашнім завданням для учнів було: опрацювання матеріалу за підручником, перегляд відео, презентації та текстових фрагментів з навчальним матеріалом до даного уроку. Як підсумок вивченого заповнити таблицю «Довідник учня» (праву колонку), побудувати графіки кількох квадратичних функцій у сервісі Google. Звіт про виконану роботу надіслати у Classroom.

ДОВІДНИК УЧНЯ

| | |
|---|-------------------------------|
| Графік квадратичної функції | Парабола |
| Формула, якою задається квадратична функція | $y=ax^2+vx+c$ |
| Напрямок віток параболи | $a>0$ - вгору; $a<0$ – вниз |
| Точки перетину з віссю абсцис | корені рівняння $ax^2+vx+c=0$ |
| Вісь симетрії | $x=-v/2a$ |
| Координати вершини параболи | $x=-v/2a, y=...$ |

Попередня робота вчителя:

- Донесено до батьків інформацію про технологію «перевернутого класу».
- Розроблено презентацію (Для учнів, які не мають постійного доступу до Інтернету – текстові матеріали підручника).
- Система керування навчанням на платформі CLASSROOM (встановлено короткий термін виконання завдань і вправ).

III. Формулювання теми і мети уроку

Учитель повідомляє учням про те, що побудова графіка квадратичної функції $y=ax^2+bx+c$ - головна мета уроку.

IV. Актуалізація опорних знань

З метою підготовки учнів до застосування нових знань слід активізувати знання і вміння учнів щодо основних понять (за матеріалами презентації).

1. ОПИТУВАННЯ (методом «Мікрофон»)

1. Дайте означення квадратичної функції.
2. Графік квадратичної функції...
3. Від чого залежить напрям віток параболу?
4. Як знайти координати вершини параболу?
5. Як знайти точки перетину параболу з віссю x ?
6. Рівняння осі симетрії параболу...

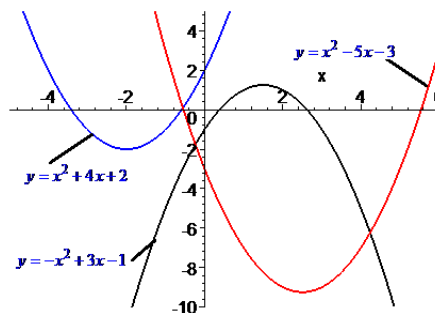
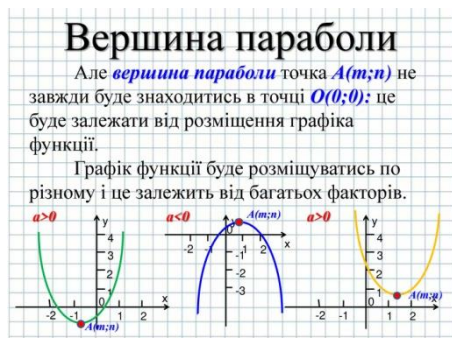
2. ІНДИВІДУАЛЬНІ ЗАВДАННЯ

| | |
|--|---|
| 1. Розв'язати рівняння: $x^2-16=0$, $x^2-5x+6=0$ | 2. Знайти нулі функції $y=3x^2+5x-2$ |
| 3. Знайти координати вершини параболу $y=x^2-2x-8$ | 4. Побудувати графік функції $y=x^2$, $y=x^2-3$, $y=(x+4)^2$ |

V. Формування знань, умінь і навичок

Під час засвоєння знань на етапі формування умінь здобувачі знань мають усвідомити, що графік квадратичної функції залежить від коефіцієнтів, тобто від a , b , c ; а також опанувати алгоритм побудови графіка квадратичної функції (матеріали презентації)

1. Виконання вправ з коротким записом у зошитах за готовими малюнками: записати координати вершини параболу.



2. Виконання графічних вправ (матеріали підручника).

- 1) поміркуйте: складіть алгоритм побудови параболи.
- 2) Колективна робота: побудуйте за алгоритмом графік функції
 $y=x^2-2x+1$, $y=x^2-6x$, $y=8-2x-x^2$.
- 3) Розв'язати компетентнісну задачу:

Струмінь води декоративного фонтану є параболою, яку можна описати рівнянням $y=ax^2+bx$, де $x \in [0;2]$. Знайти значення коефіцієнтів a і b , якщо відомо, що $y(2)=0$ і вода піднімається на найбільшу висоту 1м, тобто $y(1)=1$. Побудувати графік.

3. Творче завдання.

Користуючись мережею Інтернет і за матеріалами підручника зробити повідомлення: застосування параболи у природі, в архітектурі, у спорті (матеріали презентації). (ДОДАТОК1)

VII. Підведення підсумків уроку

1. Виконати онлайн-тест (На урок) для перевірки та вдосконалення засвоєння учнями даної теми (посилання у групі Viber).
2. Домашнє завдання.
3. Рефлексія.
Визначте рівень своїх знань: знайдіть місце своєї сніжинки на шкалі знань.

3. МАТЕМАТИКА ЯК ІНСТРУМЕНТ МИСЛЕННЯ

3.1.Методика застосування тестових технологій

Найпоширенішою формою оцінювання навчальних досягнень школярів, з'ясування рівня засвоєння учнями предметної системи знань і вмінь є педагогічні тести. Цей вид педагогічного контролю має давню традицію, його люблять школярі і його найчастіше застосовують учителі в навчальному процесі, оскільки останнім часом увага вчителів акцентується на компетентнісному підході до навчання, на з'ясуванні сформованості тих чи інших ключових і предметних компетентностей як освітнього результату навчання. Вони забезпечують об'єктивність і порівнянність досягнутих результатів учнів, усебічність і справедливість в оцінюванні їх навчальної діяльності. Використання педагогічних тестів сприяє реалізації всіх функцій контролю і відповідає основним його принципам. Тому вони стали найбільш ефективним засобом педагогічних вимірювань. Тести не ідеальний спосіб перевірки знань, але найкращий з тих, які ми сьогодні маємо.

Переваги комп'ютерного тестування:

- Тестові програми дозволяють швидко оцінювати результат роботи, точно визначити теми, у яких є прогалини в знаннях.
- Використання комп'ютерного тесту дозволяє швидко перевірити ступінь засвоєння матеріалу у всіх учнів, що неможливо, наприклад, при усному чи письмовому опитуванні.
- При комп'ютерному тестуванні учень бачить свій результат відразу після виконання завдання, а не по закінченні якого-небудь часу, коли для нього оцінка втрачає свою актуальність.
- Виставляння оцінки завжди об'єктивне й не залежить від особистих відносин учителя й учня.
- Під час тестування у вчителя з'являється можливість вести індивідуальну й диференційовану роботу з учнями.

У своїй роботі вчитель може використовувати готові тестові програми, у тому числі й тести для підготовки до ДПА і ЗНО, які є в електронних виданнях, а також проводити онлайн-тестування з кожної теми. Для 5-9 класів розроблено тести до діючих підручників на сайті «Інтерактивне навчання».

Google Forms – це безкоштовний інструмент, за допомогою яких можна створювати тести і використовувати їх на своїх уроках, які підходять для засобів діагностики і моніторингу виконання домашнього завдання та самостійної роботи учнів. Google форма функціонує у двох режимах: конструктор і перегляд.

Автоматична перевірка результатів передбачена тільки для деяких типів запитань. До них відносяться:

- завдання з варіантами відповіді — вибір одного варіанту відповіді з кількох запропонованих, тести одиничного вибору;
- прапорці — вибір кількох варіантів відповіді з кількох запропонованих, тести множинного вибору;

- таблиця з варіантами відповіді — необхідно встановити відповідність між виразами в рядках та колонках таблиці, тести на відповідність;
- завдання з короткими відповідями — коротка відповідь у вигляді числа чи тексту, тести з відкритою відповіддю.

Після виконання тесту респондент має змогу побачити свої результати, зведені діаграми з результатами інших учасників тестування, правильні відповіді на запитання тесту, якщо ці можливості були вказані в налаштуваннях.

За технологією дистанційного навчання можна організувати і позакласну роботу з математики. 16.12.2020 року відзначався день теореми Піфагора.

$$16^2+12^2=20^2$$

З метою формування математичної компетентності, зацікавленості учнів до математики, кращого засвоєння матеріалу було проведено онлайн-тестування. Для учнів 9-11 класів було розроблено тестові завдання «Чи знаєш ти теорему Піфагора». (ДОДАТОК2)

Для 8 класу за технологією «перевернутий клас» був проведений тест «Теорема Піфагора для початківців». Цьому передувала робота: віртуальне знайомство з теоремою Піфагора відео(YouTube), з найпростішими задачами і їх розв'язанням. І лише тоді можна було приступати до виконання тестів. (ДОДАТОК 3)

Комп'ютерне тестування дозволяє здійснити зворотний зв'язок у процесі навчання, проаналізувати результати кожного учня окремо й діяльність класу в цілому.

Таким чином, комп'ютерні технології дозволяють удосконалювати процес контролю навченості учнів, формування умінь і навичок за допомогою комп'ютера та передбачають можливість швидко і об'єктивно виявити знання і незнання учнів.

3.2. PISA 2020. Поради вчителям математики.

У 2021 році Україна вдруге візьме участь у міжнародному дослідженні PISA (Programme for International Student Assessment, Програма міжнародного оцінювання учнів) – міжнародне дослідження якості освіти, яке започаткувала у 1997 році та координує Організація з економічного співробітництва та розвитку (ОЕСР). PISA надає доказові дані про якість освіти, допомагаючи урядам країн світу змінювати освітні політики там, де це потрібно. PISA не перевіряє, чи засвоїли учні зміст освітньої програми, а оцінює, наскільки учні здатні використовувати здобуті знання, уміння та навички в реальному житті. Інструментом для цього слугують тести – вони визначають, наскільки учні володіють трьома ключовими компетентностями (грамотностями):

- читацькою,
- математичною,
- природничо-науковою.

Кожне дослідження PISA має провідну компетентність, яка досліджується глибше за інші. Для PISA-2018 це була читацька грамотність, яка показала, що рівень навченості учнів з математики бажає бути набагато кращим. Для PISA-2021 провідною стане математична, для PISA-2024 – природничо-наукова компетентність. Таким чином, один повний цикл дослідження PISA триває 9 років.

Математичний складник PISA має на меті визначити, наскільки в 15-річних підлітків розвинена здатність використовувати знання й уміння з математики задля розв'язання різноманітних життєвих проблем, для чого необхідна математика. Вчитель повинен формувати в учнів математичну компетентність, тобто використовувати набуті знання у повсякденному житті. Якщо учень знає означення відсотка, але не може порахувати, якою буде ціна товару після знижки на 30%, то, мабуть, здатність використовувати набуті знання з математики у повсякденному житті у нього сформована недостатньо. Для цього потрібно формувати комплексні знання, світогляд дитини; показати учням зв'язок навчання з реальним життям, зв'язок між дисциплінами. Акцентувати увагу на тому, що для розв'язання задачі з фізики потрібні навички, сформовані на уроках математики; прочитавши умову задачі вміти виділити головне й другорядне, скориставшись умінням аналізувати літературні тексти; як класифікувати дані, щоб подати їх у вигляді таблиці чи діаграми. Бажано на уроках виділяти час на розв'язання таких задач, вони зустрічаються у підручнику і в додатковій літературі. (ДОДАТОК 4)

Насамперед, при викладанні математики слід звернути увагу:

- На форми й методи роботи. Не заучувати матеріал, а прагнути розуміння, не змушувати до розв'язання задач, а зацікавити, переконати у важливості вивчення даної теми.
- На формулювання задач. Наприклад: не «знайти поверхню прямокутного паралелепіпеда...», а «скільки рулонів шпалер потрібно, щоб обклеїти кімнату...».

Тож учитель, насамперед, має не підготувати учнів до розв'язання завдань PISA, а готувати учнів до використання набутих знань у реальному житті.

3.3. Дослідницьке навчання

Існує декілька технологій, які спрямовані на самостійне здобуття знань учнями. Одна з них – це дослідницька діяльність. На уроках математики доцільно залучати учнів до дослідницької діяльності, під час якої ознайомити з основними етапами наукового дослідження – такими як спостереження та експеримент.

Дослідницька діяльність учнів на уроці передбачає:

- дослідницький підхід до введення понять;
- виконання дослідницьких робіт;
- розв'язування задач на дослідження.

За дослідницького підходу вчитель не дає нову для учнів інформацію в готовому вигляді, а підводить учнів до усвідомлення поняття за допомогою навчально-пізнавальної діяльності.

Дослідницькі роботи можна пропонувати як для виконання у класі, так і самостійно знаходять значення числа π . (Інструменти: нитка, лінійка, кругле тіло). У 8 класі при вивченні теми «Площі» за допомогою шарнірної моделі прямокутника учні роблять висновок, як залежить площа паралелограма від його висоти. У 9 класі можна запропонувати такі роботи: «Побудова графіків за допомогою прикладних комп'ютерних програм», «Золотий переріз», «Трикутник Паскаля», «Фігурні числа та їх співвідношення».

І, звісно, у математиці є окремий вид задач – на дослідження. Наприклад, на знаходження кількості коренів рівняння залежно від значення параметра. Цим видом завдань не варто нехтувати, бо це одне із завдань ЗНО. Але починати потрібно з найпростіших: скільки коренів матиме квадратне рівняння залежно від дискримінанта (8 клас); окремі випадки розміщення прямої $y=kx+b$ в системі координат (7, 9 класи).

3.4.Проектна технологія

Проектування — це особливий тип інтелектуальної діяльності, характерною особливістю якої є перспективна орієнтація, дослідження, що має практичне спрямування.

Метод проекту базується на наступних моментах:

- розвитку пізнавальних та творчих навичок учнів;
- вмінні самостійно шукати інформацію;
- самостійній діяльності учнів;
- поданні підсумків проектів;
- співробітництві учнів між собою і вчителем.

Метод проектів є ефективним тоді, коли в навчальному процесі поставлено певне дослідницьке, творче завдання, для розв'язування якого потрібні інтегровані знання з різних галузей.

Завдяки проектуванню на уроках математики учні вчаться:

- усвідомлювати мету;
- планувати свою роботу, попередньо прораховуючи можливі результати;
- визначати проблему, шукати шляхи її розв'язання;
- використовувати багато джерел інформації;
- самостійно збирати і накопичувати матеріал;
- аналізувати, співставляти факти, аргументувати свою думку;
- приймати рішення;
- розподіляти обов'язки, взаємодіяти один з одним;
- створювати «кінцевий продукт» - матеріальний носій проектної діяльності (доповідь, реферат, фільм, календар, журнал, сценарій);
- представляти створене перед аудиторією;
- оцінювати себе та інших.

Учні 11 класу працюють над дослідницько-інформаційним проектом «Застосування визначених інтегралів», в якому розкрили: геометричний та економічний зміст визначеного інтеграла; застосування інтегралів для обчислення об'ємів тіл обертання; розв'язування задач фізики для знаходження роботи; знаходження закону руху точки; історію відкриття основної формули математичного аналізу - формули Ньютона-Лейбніца; внесок українського математика В. М. Остроградського в розвиток інтегрального обчислення. В процесі роботи учні поглибили знання про інтеграл, його геометричний зміст, представили напрацьовані матеріали у вигляді проектів - презентацій та буклетів, аргументовано доводили власну думку, робити висновки, узагальнення, працювали в команді.

Приклад дослідницького проекту «Піраміди Полтавщини».

Проект «Піраміди Полтавщини»

Піраміда Білевича



- Родова усипальниця Білевичів висотою 15 метрів, побудована морським офіцером Олександром Дмитровичем Білевичем в селі Комендантівка Кобеляцького району. Спорудження піраміди тривало 13 років. Як будівельний матеріал використовували гранітні блоки з місцевого кар'єру, що їх по дерев'яних жолобах тросами зтягували нагору, а вапняковий розчин робили на крові свіжозабитої худоби з додаванням яєчних білків. Три погребальні камери сполучалися підземними ходами. Вінчав споруду православний хрест
- У піраміді Білевич поховав свою дружину, а через багато років і сам знайшов там спочинок.



- З 2004р. піраміда-усипальниця родини Білевичів використовується в релігійному контексті, в ній облаштована дзвіниця та церква. Сучасний вигляд піраміди відрізняється від її первісного вигляду.

Піраміда Закревського

- Розташовується в селі Березова Рудка Полтавської області. Побудована в кінці XIX в. юристом Гнатом Закревським, який перебував на службі в імператора Олександра III, був членом масонської ложі і захоплювався єгипетською культурою

- В 1917 р. піраміду Закревських розграбували. Більшовики намагалися бульдозерами знести піраміду, але не змогли жодного камінчика зрушити з місця, так фундаментально вона була побудована.



Дві піраміди із різними долями – це окраса нашого рідного краю, це прояв його широкої та різнопланової історії, це ще одна мандрівка в минуле нашого краю.

3.5.Родзинки на уроках математики

Які методи навчання допоможуть урізноманітнити навчання і зробити його сучасним?

ЛОГІЧНІ ВПРАВИ

| | | | |
|---------------------|------------|-----------------------|-----------|
| $y = \sqrt{2 - x}$ | $x \leq 2$ | 1, 4, 9, 16, 25,... | $y = x^2$ |
| $y = \sqrt{2x + 3}$ | ? | 1, 8, 27, 64, 125,... | ? |
| МЕТР | ТОМ | МЕТРО | a^5b |
| $5a^3b$ | $15ab^3$ | ? | av^4c |
| | | | МИР |
| | | | ТИР |
| | | | a^5b^4c |
| | | | ? |

СЕНКАН

Сенкан — це вірш, що складається з п'яти рядків. Слово "сенкан" походить від французького слова "п'ять" і позначає вірш у п'ять рядків.

1. Перший рядок має містити слово, яке позначає тему (звичайно, це іменник).
2. Другий рядок – це опис теми, який складається з двох слів (два прикметники)
3. Третій рядок називає дію, пов'язану з темою, і складається з трьох слів (звичайно, це дієслова).
4. Четвертий рядок є фразою, яка складається з чотирьох слів і висловлює ставлення до теми, почуття з приводу обговорюваного.



5. Останній рядок складається з одного слова — синоніма до першого слова, в ньому висловлюється сутність теми, ніби робиться підсумок

Або ж так (формула):

1. Тема (іменник).
2. Опис (два прикметники).
3. Дія (три слова).
4. Ставлення (фраза – чотири слова).
5. Перефразування сутності (одне слово).

Приклади.

| Теорема | Піфагор |
|--------------------------------------|------------------------------------|
| Невідома, незрозуміла | Стародавній, визначний |
| Довести, вивчити, застосувати | Познайомитись, дізнатись, вивчити |
| Часу не витрачаєм, геометрію вивчаєм | Його теорема найпопулярніша з усіх |
| Правило | Вчений |

СТОРИТЕЛЛІНГ

Сторителлінг – це мистецтво цікавої розповіді. Учитель може захопити учнів своїми розповідями про математику та її значення в житті людини. Наприклад, під час вивчення ознак рівності трикутників розповісти про цікавий спосіб вимірювання відстані до недоступної точки, запропонований Фалесом Мілетським. Доцільно й учнів залучати до створення подібних розповідей, зокрема, на основі різних історичних відомостей і математичних фактів.

МЕЙКЕРСТВО

Мейкерство – це створення чогось своїми руками.

Наприклад, на уроці математики в 5 класі під час вивчення теми “Шкали” можна запропонувати учням створити мензурку з пластикового стаканчика.

Перегинаючи папір, можна утворювати відрізки, кути та інші геометричні фігури. Якщо учні кілька разів перегинанням отримають кути, що утворюються в разі перетину двох прямих січною, то краще зрозуміють сутність і властивості таких кутів.

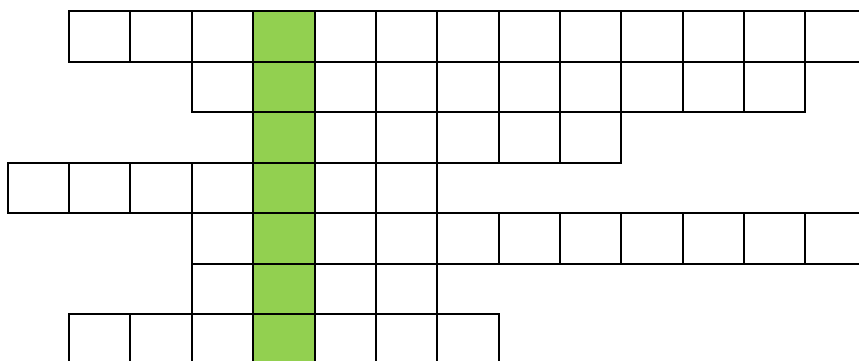
Використовуючи картон, учні легко можуть зробити з розгорток просторові фігури і, відповідно, дослідити їх властивості.

Щоб краще розрізнити та уявляти кути між елементами піраміди, можна запропонувати учням обмотати відповідні кути на каркасній моделі нитками різних кольорів.

Під час вивчення стереометрії можна пропонувати учням створювати різноманітні комбінації фігур у програмах для 3D-принтингу. Потім, за наявності 3D-принтеру, їх можна і роздрукувати.

КРОСВОРДИ

У виділений стовпчик вписати прізвище вченого



1. Відрізок прямої, який утворює прямий кут з даною прямою.
2. Сторона прямокутного трикутника, що лежить проти прямого кута.
3. Трикутник – це геометрична ...
4. Відрізок, що з'єднує вершину трикутника з серединою протилежної сторони.
5. Трикутник з сторонами 3см, 4см, 5см називається ...
6. Множина точок площини, що знаходяться на однаковій відстані від даної точки.
7. Твердження, яке потребує доведення.

ВИСНОВКИ

Під час вивчення математики, як і інших предметів, потрібно активно використовувати інноваційні педагогічні технології: комп'ютеризоване навчання, інтерактивні види і форми роботи. Вони збільшують пізнавальну самостійність учнів та мотивують потребу розвитку їхньої математичної культури. Серед інтерактивних форм роботи на уроках поширення набуває навчальна взаємодія учнів у парах, мікрогрупах, групах, що застосовується під час пошуку та аналізу інформації, підготовки диспутів, семінарів, різноманітних творчих завдань.

На сучасному етапі розвитку освітньої системи в процесі викладання зростає роль інноваційних технологій. Одним із продуктивних і перспективних напрямів такої роботи є використання можливостей комп'ютерної техніки, за допомогою якої якнайкраще вирішується проблема забезпечення вчителя й учня художніми текстами та науково-методичною літературою.

Сучасні учні практично не уявляють життя без смартфона. Адже з його використанням підлітками здійснюються більшість повсякденних дій: спілкування у соціальних мережах, переглядання фільмів, розваги, пошук потрібної інформації, прослуховування музики тощо. Тому залучення технологій з використанням мобільного телефону на уроках додатково заохотить школярів до вивчення предмета.

Склалася думка, що дистанційне навчання може стати альтернативою навчання в класі, що комп'ютер може замінити вчителя, створивши більш ефективне навчальне середовище. Але можна з впевненістю сказати, що, так, роль вчителя змінилася, але значимість його діяльності не зменшилась, а зросла. Очевидно, що повна перевага перед електронними методами – неефективний підхід в сучасній школі. Завдяки змішаному навчанню учні вже вчать співпрацювати в команді, дискутувати, вести перемовини, творчо мислити, вирішувати реальні проблеми, самостійно працювати та знаходити в мережі Інтернет відповіді на запитання, які ставить перед ними життя.

Отже, змішаний підхід до навчання є однією з найбільш актуальних освітніх технологій сьогодення, оскільки дозволяє скористатися гнучкістю і зручністю дистанційного курсу та перевагами традиційного класу. Серед сучасних підходів до навчання він займає провідне місце, тому що є цілеспрямованим процесом здобуття знань, набуття вмінь і навичок в умовах інтеграції класної та позакласної навчальної діяльності суб'єктів освітнього процесу на основі впровадження і взаємного доповнення технологій традиційного, електронного, дистанційного та мобільного навчання.

Змішане навчання має переваги та недоліки, однак постійно розвивається і спрямоване на підтримку особистісно-орієнтованого навчання, що, безперечно, дозволяє розглядати його як затребувану технологію змін і трансформацій.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Кривонос О. М. Використання інформаційно-комунікаційних технологій в навчанні : навч. посібник / О. М. Кривонос. – Житомир : Вид-во ЖДУ ім. І. Франка, 2013. – 182 с.
2. Теорія та практика змішаного навчання : монографія / [Кухаренко В. М., Березенська С. М., Бугайчук К. Л. та ін.] ; за ред. В. М. Кухаренка. – Харків : Міськдрук, НТУ ХП, 2016. – 284 с.
3. Постанови Кабінету Міністрів України від 23.11.2011 № 1392 «Про затвердження Державного стандарту базової і повної загальної середньої освіти»
4. Оновлені навчальні програми для учнів 5-9 класів загальноосвітніх навчальних закладів (затверджено навчальну програму наказом Міністерства освіти і науки України від 07 червня 2017 року № 804) Вукіна Н.В., Дементієвська Н.П. Критичне мислення: як цього навчати. – Х.: Основа, 2007. – 110 с.
5. Гейко І. Використання інтерактивних форм і методів навчання. З досвіду роботи //Тема. – 2004. – № 3/4. – С. 229-232.
6. Гін А.О. Прийоми педагогічної техніки. – Х.: Веста: Видавництво «Ранок», 2007. – 176 с
7. Надія Швадчак «Нова українська школа».

ДОДАТКИ

ДОДАТОК 1

Приклади прикладного застосування графіка квадратичної функції з використанням ілюстрації

| | ДІЯЛЬНІСТЬ УЧИТЕЛЯ (попередньо створює заготовку, малюнок) | ДІЯЛЬНІСТЬ УЧНІВ (коментар учнів) |
|----|--|--------------------------------------|
| 1. | <p>Парабола в спорті</p>  | |
| 2. | <p>Парабола в архітектурі</p>  | |
| 3. | <p>Парабола в природі</p>  | |

Тестові завдання «Чи знаєш ти теорему Піфагора»

1. Прямокутний трикутник з сторонами 3см, 4см, 5см називається ...
2. Знайти радіус описаного кола навколо прямокутника з сторонами 6см і 8см.
3. Знайти радіус описаного кола навколо прямокутного трикутника, катети якого 12см і 16см.
4. Знайти гіпотенузу прямокутного трикутника, катети якого 12см і 9см.
5. Знайти катет прямокутного трикутника, якщо дві інші його сторони відповідно рівні 10см і 8см.
6. Знайти діагональ квадрата з стороною 5см.
7. Периметр правильного трикутника 6см. Знайти висоту цього трикутника.
8. Діагоналі ромба дорівнюють 12см і 16см. Знайти периметр ромба.
9. Знайти висоту рівнобедреного трикутника. проведена до основи, якщо бічна сторона дорівнює 10см, а основа 16см.
10. Основи рівнобедреної трапеції 11см і 5см, бічна сторона 5см. Знайти висоту трапеції.
11. Знайти радіус вписаного кола у прямокутний трикутник, катети якого 20см і 15см.
12. Вибрати правильні твердження.
 - Квадрат гіпотенузи дорівнює сумі квадратів катетів.
 - Сума гострих кутів прямокутного трикутника дорівнює 180° .
 - Довжина гіпотенузи більша від довжини катета.
 - Сторона, що лежить проти прямого кута – катет.
 - Сума кутів прямокутного трикутника дорівнює 180° .

Тест «Теорема Піфагора для початківців»

1. Сума гострих кутів прямокутного трикутника дорівнює ...
2. Чи існує прямокутний трикутник з сторонами 3см, 4см, 5см?
3. Катети прямокутного трикутника 6см і 8см. Знайти гіпотенузу.
4. Гострий кут прямокутного трикутника 45° . Трикутник ...
5. Гострий кут прямокутного трикутника 50° . Знайти інший гострий кут.
6. Гіпотенуза прямокутного трикутника 10см, один з катетів 5см. Знайти кут, що лежить проти даного катета.
7. *Завдання на вибір правильних тверджень.*
 - Квадрат гіпотенузи дорівнює сумі квадратів катетів.
 - Сума гострих кутів прямокутного трикутника дорівнює 180° .
 - Довжина гіпотенузи більша від довжини будь-якого катета.
 - Сторона, що лежить проти прямого кута – катет.
 - Сума кутів прямокутного трикутника 180° .
8. У прямокутному трикутнику катет, що лежить проти кута 30° дорівнює...
9. Квадрат гіпотенузи дорівнює...
10. Якщо вписаний кут дорівнює 90° , то діаметр кола буде...

Компетентнісні задачі з теми «Числові послідовності»

1. Через річку споруджено міст, який має 20 опор. До середини мосту висота опор зростає за законом арифметичної прогресії з різницею 0,5м, а потім спадає також за законом арифметичної прогресії з різницею -0,5м. Яка сума всіх довжин опор мосту, якщо висота першої опори 2,5м?
2. Автомобіль, маючи швидкість 36км/год, почав рухатися з виключеним мотором за інерцією так, що за кожну наступну секунду його швидкість зменшувалась на 2м/с. Який шлях проїде автомобіль за інерцією з виключеним мотором до повної зупинки?
3. За виготовлення і встановлення самого нижнього залізобетонного кільця колодязя заплатили 26гривень, а за кожне наступне кільце платили на 2гривні менше, ніж за попереднє. Крім того, після закінчення роботи заплатили ще 40гривень. Середня вартість виготовлення і встановлення одного кільця виявилась рівною $22\frac{4}{9}$ гривні. Скільки кілець було встановлено?
4. На спортивних змаганнях зі стрільби за кожний промах в серії із 25 пострілів стрілець діставав штрафні очки: за перший промах – одне штрафне очко, а за кожний наступний – на $\frac{1}{2}$ очка більше, ніж за попередній. Скільки разів попав у ціль стрілець, що здобув 7 штрафних очків?
5. Батьки дарують кожному із своїх синів у день їхнього народження, починаючи з 5 років, стільки книжок, скільки сину років. Роки 5 синів утворюють арифметичну прогресію, різниця якої дорівнює 3. Скільки років було кожному синові, коли у них у бібліотеці стало 325 книжок?
6. Уявіть, що вам деяка фірма пропонує свої послуги. Щодня ви можете брати у фірми по 100 грн. Але за перший день ви зобов'язані заплатити фірмі 1к, за другий - 2к, за третій - 4к. і т. д. Чи укладете ви з цією фірмою договір не менш ніж на 20 днів за таких умов?

ІСТОРИЧНІ ЗАДАЧІ

7. (Із арифметики Магницького.)

Продавець продав коня за 156 крб. Але покупець, придбавши коня, передумав і повернув його господарю, кажучи: "Нема мені користі купувати за таку ціну коня, який таких грошей не вартий". Тоді продавець запропонував інші умови: "Якщо ціна за коня дуже висока, то купи лише цвяхи для його підков. а коня одержиш безплатно на додачу. Цвяхів у кожній підкові 6. За перший дай мені всього $\frac{1}{4}$ к., за другий – $\frac{1}{2}$ к., за третій - 1к. і т. д..." Покупець, спокусившись низькою ціною та бажаючи безплатно придбати

коня, прийняв умови, думаючи, що за цвяхи доведеться заплатити не більше 10 крб. На скільки покупець проторгувався?

8. Легенда про винахід шахів.

Шахову гру винайшли в Індії. Ознайомившись з нею, індійський цар Шерам, захоплений дотепністю і різноманітністю можливих в ній ситуацій, покликав до себе її винахідника, ученого Сету, і сказав йому: "Я хочу гідно нагородити тебе, Сета, за прекрасну гру, яку ти придумав. Я досить багатий, щоб виконати будь-яке твоє бажання". "Володарю, - відповів Сета, - накажи видати мені за першу клітинку шахівниці одну пшеничну зернину, за другу - 2 зернини, за третю - 4, і так за кожен клітинку вдвічі більше, ніж за попередню". "Ти одержиш свої зерна. Але знай, що твоє прохання не варте моєї щедрості. Іди. Слуги мої винесуть тобі твій мішок із пшеницею". На другий день придворні математики з'явилися до царя. "Ми ретельно обчислили, - говорили вони йому, - усю кількість зерна, що бажає одержати Сета. Число таке велике, що зерен не вистачить ні в яких коморах, навіть цілого царства. Не знайдеться такої кількості зерен і на всьому просторі Землі. І якщо ти обов'язково хочеш видати нагороду, то накажи перетворити всі царства в поля, висушити всі річки та озера, розчинити криги та сніги. Увесь цей простір засій пшеницею й усе, що виросте на ньому за 5 років, накажи віддати Сеті. Тоді він одержить свою винагороду." Зі здивуванням слухав цар Ширам слова вчених. "Напишіть же мені це дивовижне число"- сказав він.

9. Мешканець маленького містечка був відомий своєю скнарністю. Коли у нього були справи в повітовому місті, розташованому в 25 км від цього містечка, він звичайно шукав сусідів, які б підвезли його. Одного разу скнара крутився на площі, шукаючи того, хто підвіз би його за спасибі додому. Але цього разу нікого не було і він змушений був шукати платного візника. Скнара обійшов їх усіх, торгуючись з ними і порівнюючи ціни. Один просив 250 руб., другий - 200 руб., третій -150. Усі ці ціни здалися йому занадто високими. Нарешті він помітив візника з убогим візком і жалюгідною шкапою. Коли скнара запитав його скільки він візьме за дорогу, той подивився на землю, почухав потилицю і відповів: "за 1-й кілометр заплати мені 1 коп., за другий - 2 коп, за 3-ій - 4, за 4-ий - 8 і так до кінця шляху". "От дурний - подумав скнара, ледве стримуючи сміх, - лічить на копійки". Поспіхом він заліз у візок і гукнув:"Згідний! Поїхали!" Скільки грошей він повинен заплатити за дорогу?

10. У газеті, що була видана у 1914р., описувалася справа, яка відбулася у місті Новочеркаську, про продаж отари, що має 20 овець, за такими

умовами: за першу вівцю слід заплатити 1 к., за другу - 2 к., за третю - 4 к. і т. д. У яку суму обійдеться вся отара?